

*webMathematica*による  
数学学習支援サイト  
Math on Webの構築と運用

---

川添 充, 吉富賢太郎

大阪府立大学 高等教育推進機構

# 内容

---

- Math on Webとは？
- 利用状況とシステム利用の効果
- 誤答分析
- 現在の取り組み、今後の課題

Math on Webとは？

# MATH ON WEB

## Learning College Mathematics by webMathematica



webMathematicaとは

Technical Notes

使用方法

教材開発研究

教育実践

お問い合わせ

### webMathematicaで学ぶ 大学数学

大学初年次の数学に関する「計算ドリル型教材」と「シミュレーション型教材」が利用できます。

大阪府立大学生はこちらから

旧システムの教材利用はこちらから

その他の利用者はこちらから

### 数学到達度評価システム

大学数学の学習内容の到達度をオンラインテストで評価します。

大阪府立大学生はこちらから

その他の利用者はこちらから

理工系新課程 **線形代数** 基礎から応用まで (第1版)  
(培風館) 問・章末問題答え合わせ

解答が掲載されていない問題の答え合わせがWeb上でできます。

高校数学と大学数学をつなぐ  
**複素数と複素平面**

# Math on Web の内容

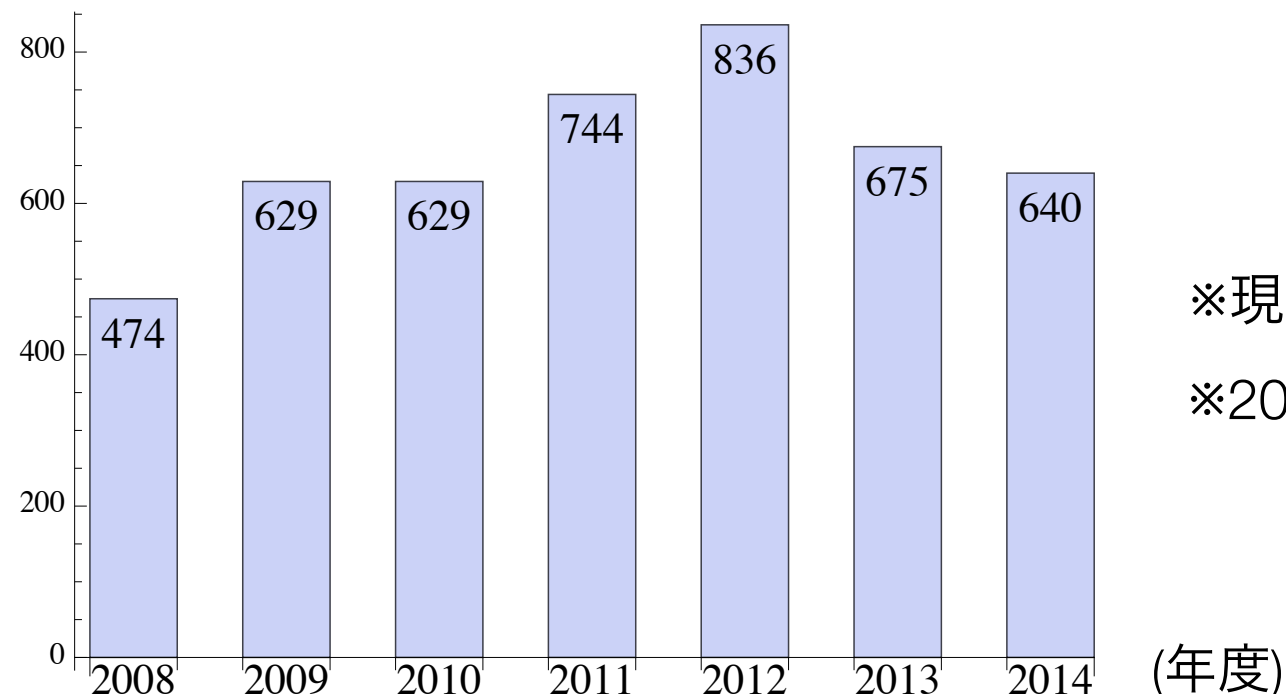
- **Web数学学習システムと数学到達度評価システムの2つがメイン。**

大阪府立大学1年生向けの数学学習用のeラーニングシステム。

Web数学学習システムは自習用、数学到達度評価システムはオンラインテスト用。

- *webMathematica*を用いて構築。
- 数学の授業を補完する授業時間外の演習用環境として活用。
- 数学質問受付室による学習支援と合わせて学生の授業時間外学習を支援。

(人) システム利用人数(2008～2014年度)

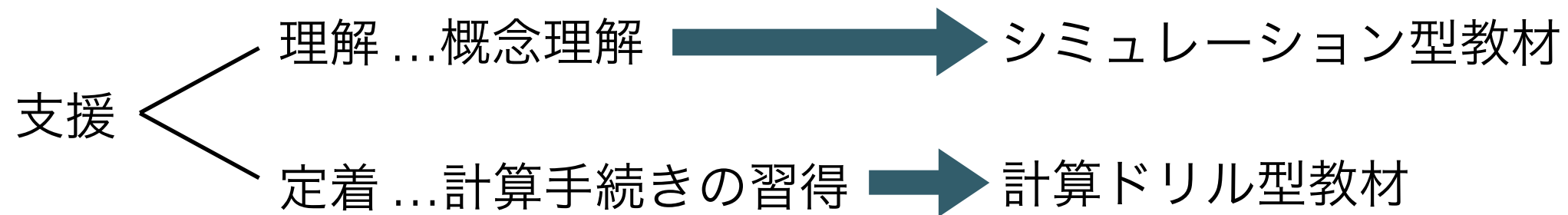


※現行のWeb数学学習システムは2009年度から  
※2012年度まではWeb数学学習システムのみ

# なぜMath on Webをつくったか

---

- 学生の授業時間外学習を支援して数学の理解・定着を促進したい！
  - それにはeラーニングがよいのでは？と考えた。(能動的学習の誘発も期待できる。)



- eラーニングの利点（計算ドリル型の場合）
  - 紙の演習問題配布だと解答をほしがらる。しかし、線形代数などではすべての解答を提示できない(正解の表し方が無限通り)。さらに、提出の場合は採点の負担も。
  - eラーニングシステムならば数式処理と連携させることで、正解の表し方が無限通りでも対応可能。正誤判定だけでなく、誤り内容に応じたメッセージを出力できる。  
⇒教員の負担を軽減しつつ、学生によい学習環境を与えられる！

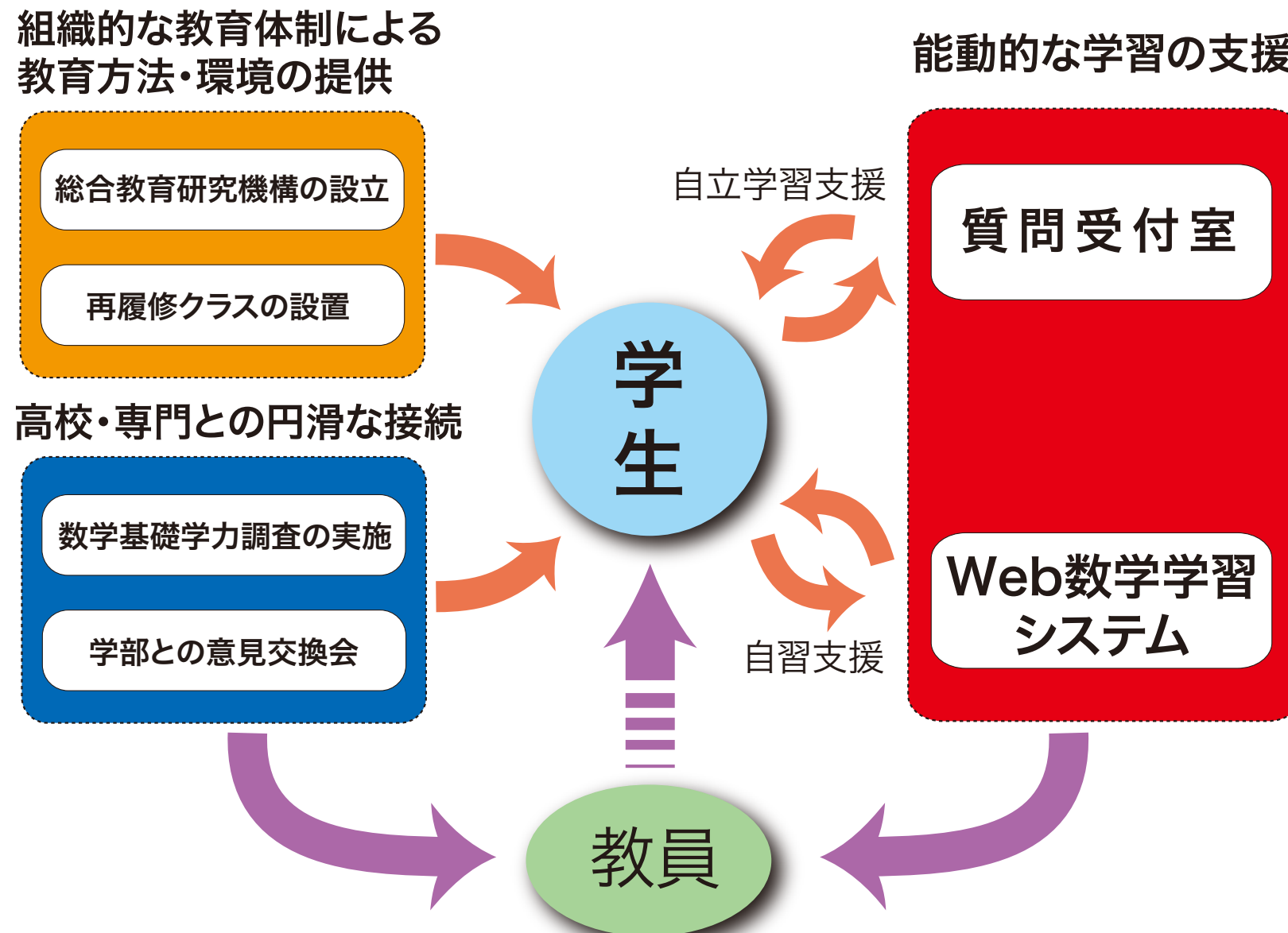
# なぜwebMathematicaでつくったか

---

- 数学の概念理解を促進するWeb教材を構想(2002年)。webMathematicaの存在を知り、面白そうだと思って教材をつくり始め、2002年秋にサイト公開。
- 概念理解のための教材づくりで苦しむ。息抜きにつくり始めたドリル型教材が次第に大規模になり、初年次の数学教育で全学的に使用されることに。さらに2007年からの特色GPで学習履歴管理の機能も開発し、2009年から現在のWeb数学学習システムに。
- webMathematica
  - MathematicaのWebアプリケーション化を行うツールのようなもので、教育に特化したものではないから、特定のLMSの使用を前提としない。よって、教育に限らずMathematicaと連動するWebアプリケーションがかなり自由に、かつ簡単につくれる。(HTMLとMathematicaだけ知っていれば十分。)教材も単発のものであれば簡単に制作できる。その一方で、eラーニングシステムを作ろうとすると自分でシステムを構築しないといけないので大変。

# 特色GP(2007～2009年度)

- 特色GP = 文部科学省 「特色ある大学教育支援プログラム」
- 大阪府立大学 「大学初年次数学教育の再構築」 (平成19年度採択)





# ちらし

## 数学質問受付室

<http://www.las.osakafu-u.ac.jp/lecture/math/questionroom.html>

数学の授業内容に関する質問がある場合は質問受付室を気軽に訪れてください。  
担当クラスに関わらず、数学スタッフが質問にお答えします。

こんなとき、ぜひご利用ください。

- 授業で聞いた説明がわからない。
- 教科書や問題集の問題を解こうとしたが、うまく解けない。
- 問題は解けたが、答えの導き方があっていかどうか自信がないので見てほしい。
- Web教材の使い方がよくわからない。

などなど…

場所: B3棟2階216号室

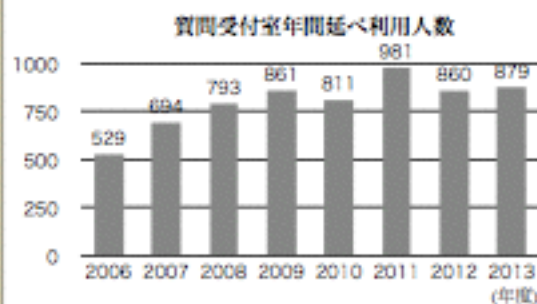
時間: 12:15~13:15, 14:40~17:50

2014年度前期担当者配置表:

|             | 月     | 火  | 水      | 木        | 金  |
|-------------|-------|----|--------|----------|----|
| 12:15~13:15 | 高橋    | 源  | 宮内     | 数見       | 山口 |
| 14:40~16:15 | 田中(務) | 田村 | 機構教員※1 | 数理工学教員※2 | 船越 |
| 16:15~17:50 | 宮内    | 川添 | 入江     | 数理工学教員※2 | 吉富 |

※1 水 14:40~16:15 高等教育推進機構教員が交代で担当します。(担当者は当日壁に掲示)

※2 木 14:40~17:50 工学研究科数理工学分野の教員が交代で担当します。(担当予定表は質問受付室に掲示)



## MATH ON WEB

<http://www.las.osakafu-u.ac.jp/lecture/math/webmath.html>

Web上で授業内容に関する問題演習が行えます。「Web数学学習システム」には上記URLより学生ポータルを  
経由してログインします。学生ポータルは学外からもログインできるので、自宅からもアクセスできます。学  
習した結果は履歴として保存されるので、自分の学習実施状況を確認することができます。使い方は、ホーム  
ページ上の使用方法の説明をご覧ください。質問受付室に来て使用方法を尋ねてもらっても結構です。

使用方法 (上記URLにも使用方法を掲載しています。)

① 学生ポータルにアクセス

<https://portal.osakafu-u.ac.jp/> →



② 学生ポータルのTOP画面メニューから  
「Web数学学習システム」をクリック。



③ 学習システムTOP画面で学習したい分野  
の「計算ドリル堂問題」をクリック。



⑤ 解答欄に解答を入力して「チェック」を  
クリックすると正誤判定を行います。



④ 問題一覧の中から、学習したい単元の  
問題名をクリック。

# Web数学学習システムの特徴

---

- 微積分、線形代数あわせて約1200問。
- ユーザの入力をシステム側で $Mathematica$ が解析。(web $Mathematica$ を利用)
- 誤りパターンごとにメッセージを切り替えて表示。
- 不正解の場合は何度でもやり直せる。例題とその解答・解説の表示機能あり。
- 例題解説つき。
- 正解は表示しない。(教育的観点から。その代わりに、解けなくて困っている学生は「数学質問受付室」で人的にサポート)
- 解答欄は教材開発者が自由にレイアウト可能。テキスト入力だけでなく、選択メニューやラジオボタンも使用可能。
- 学生の解答情報を問題情報とともに $Mathematica$ の入力形式でログに保持。様々な分析が可能。
- 教員向けに担当クラスの学生の学習状況確認機能あり。

# 数学到達度評価システムの特徴

---

- 2010年度からの教育GPで開発したオンラインテストシステム。
- 学生用の利用モードとして、テストモードと練習モードがある。
- テストモードでは複数の問題をセットにしてテストを実施。(制限時間付)
- 練習モードではテストを構成する各問題ごとに練習できる。
- 現在、微積分、線形代数で問題セット数68、問題数140。
- 問題パラメータは、ランダムシャッフル、ランダム生成に対応。
- 練習モードは、Web数学学習システムとほぼ同じ。
- Web数学学習システムと同様に正解は表示しない。
- 問題作成者用インターフェイスが大幅に改良されている。
- 学生の解答情報と問題情報のログ形式は*Mathemtaica*形式で保持。
- 教員向けに担当クラスの学生の学習状況確認機能あり。

# システムの動作

次の連立 1 次方程式の解空間の次元と基底を求めよ。

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{基底} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, \text{次元} = 1$$

$$\text{基底} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, \text{次元} = 1$$

解答を解析してメッセージを表示

- 1) # 基底 = 次元?
- 2) 基底に含まれるベクトルは適切か?
  - 零ベクトルは含まれていないか?
  - 解空間に含まれているか?
  - 1 次独立か?
- 3) 次元は正しいか?

“次元が違います。”  
やり直しますか?  
それともギブアップ?

Web 数学学習システム

学習履歴データベース

基底は...?  $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ??  
次元 = 1?

学生

Tomcat  
+  
webMathematica

Mathematica

デモ

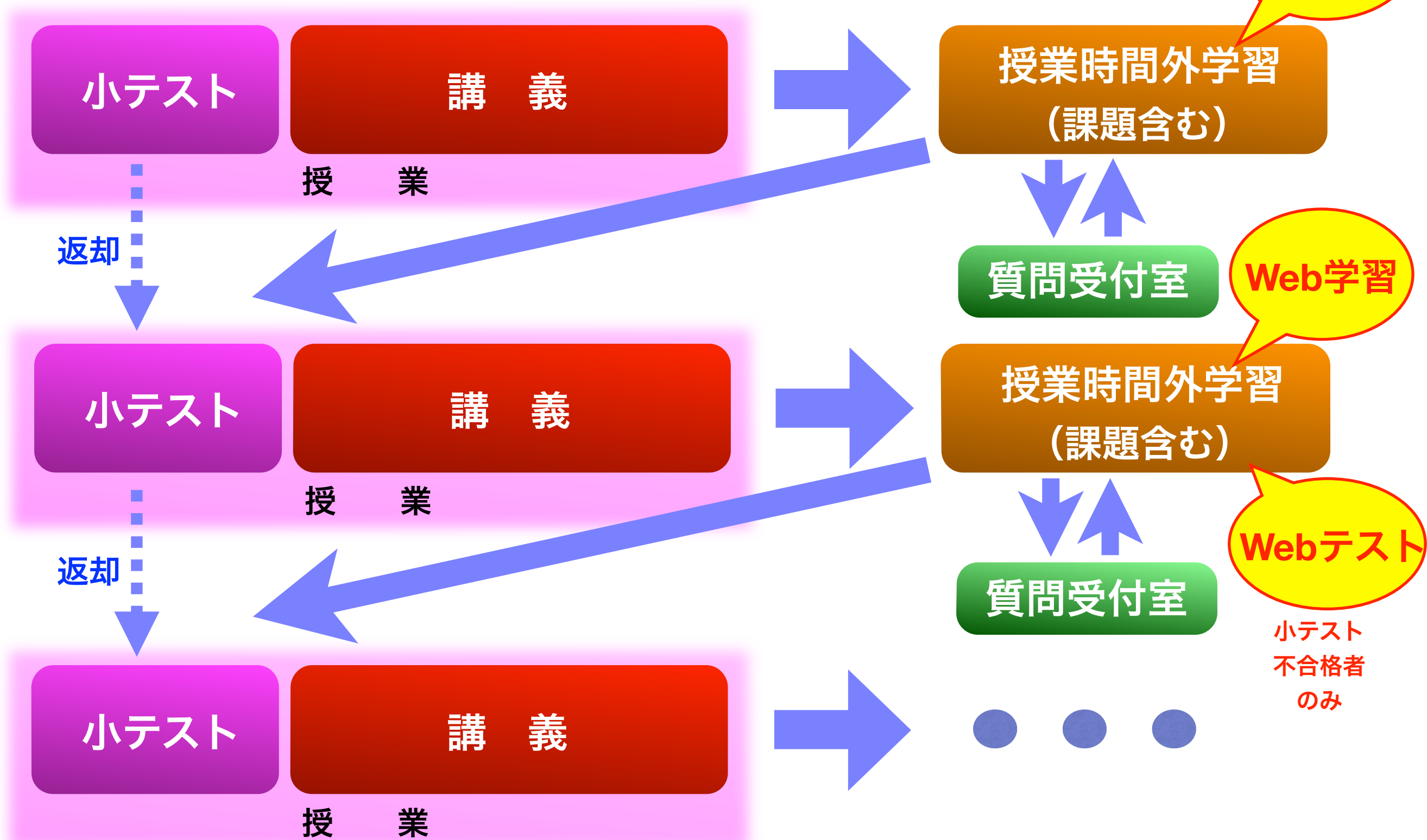
[http://www.las.osakafu-u.ac.jp/lecture/math/  
MathOnWeb/](http://www.las.osakafu-u.ac.jp/lecture/math/MathOnWeb/)

# Math on Webと授業との連携（例）

---

- 授業を補完するための授業時間外学習のツールとして用いる。
- 授業内容に関する問題演習として、授業の終わりにWeb数学学習システムの該当の問題をやるように教員が指示。(教科書や演習書の問題もあわせて指示することが多い。)
- 学生は授業時間外に、学内の情報端末室や自宅でシステムを利用して学習。
- 利用は強制せずあくまで強く推奨する程度。システムの利用やそこでの結果は成績評価に入れない。ただし、翌週の授業で小テストを行い、自宅学習の成果としての理解度や達成度をみるので、間接的には小テストの成績に影響する。
- 小テストの成績不振者に数学到達度評価システムで該当部分のテストを指定し、1週間以内に合格しておくよう指示。(合格した場合は小テストの点数に加点。)
- 問題が解けなくて困った場合、数学質問受付室を利用して、個別指導を受けることができる。

# Math on Webの利用例



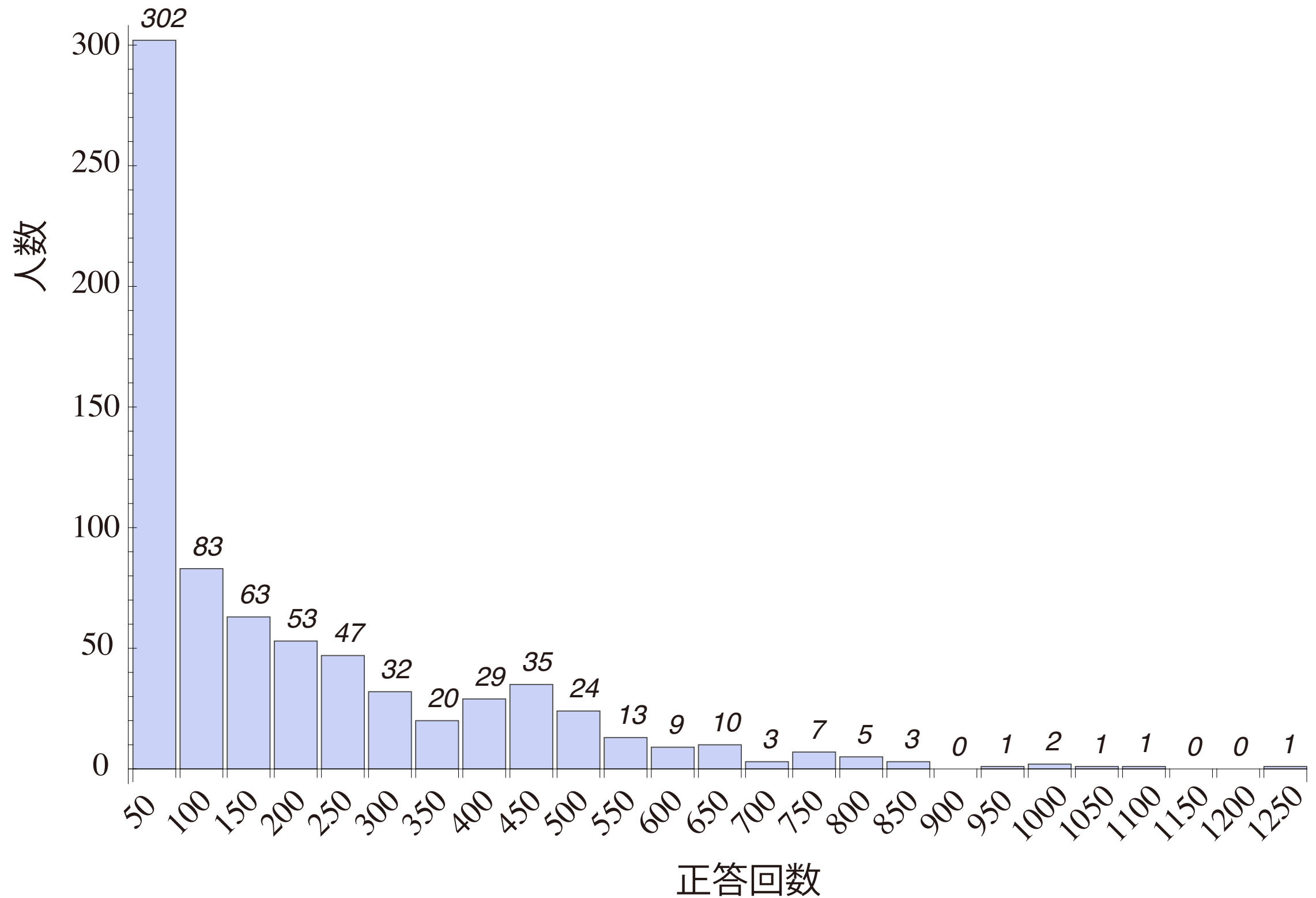


# 利用状況とシステム利用の効果

(Web数学学習システム、2011年度のデータより)

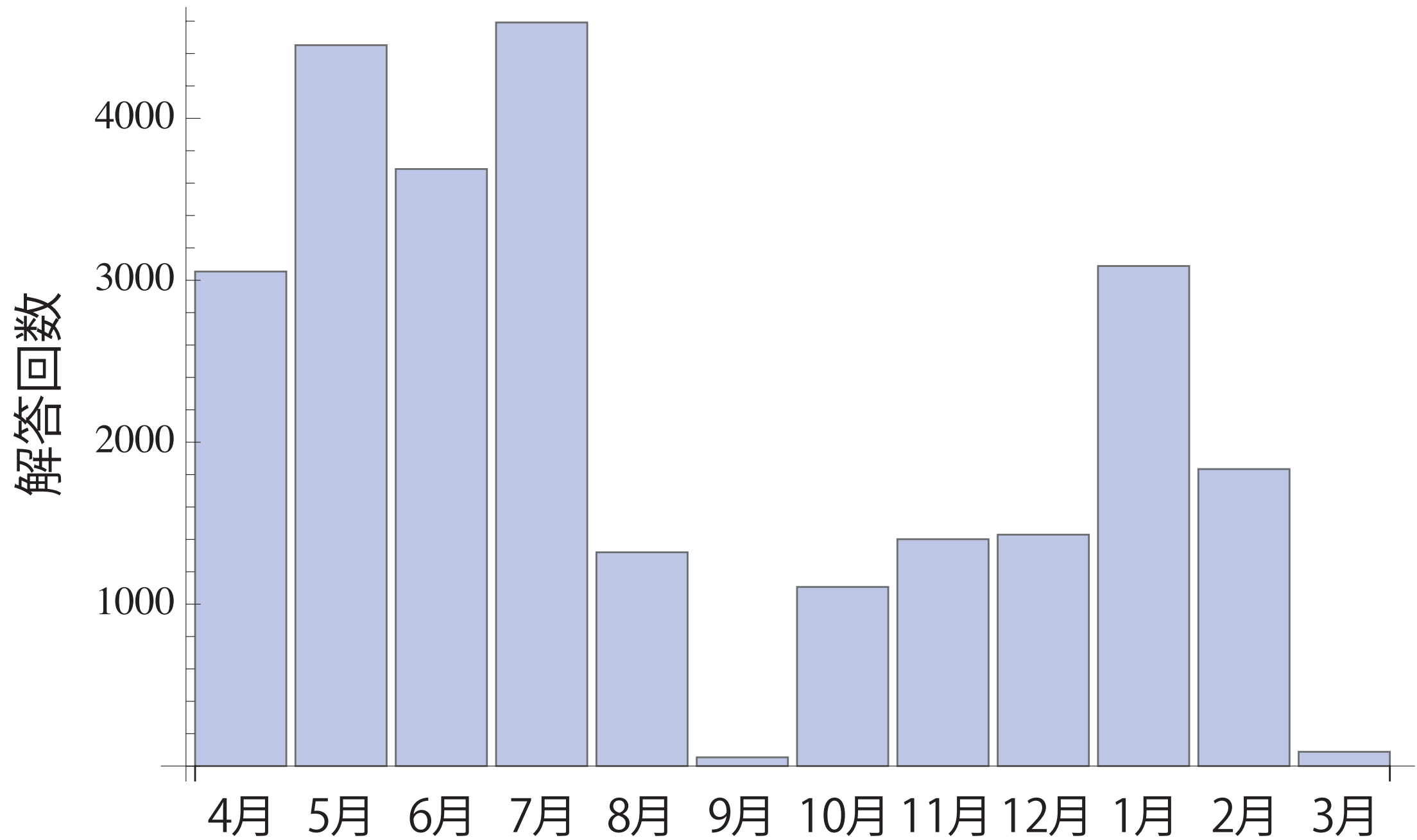


# 正答回数ごとの人数分布

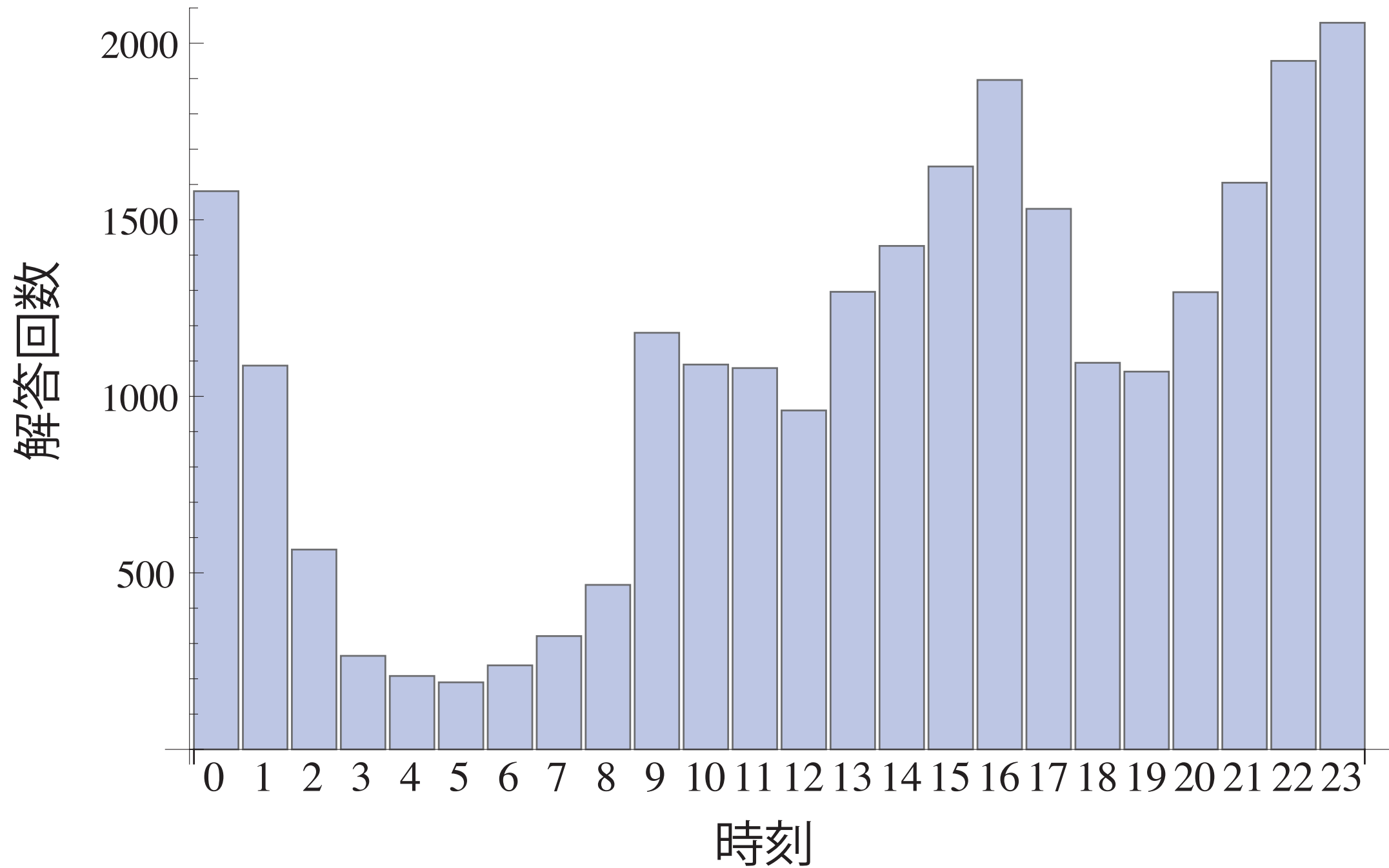


# 月ごとの利用頻度

---

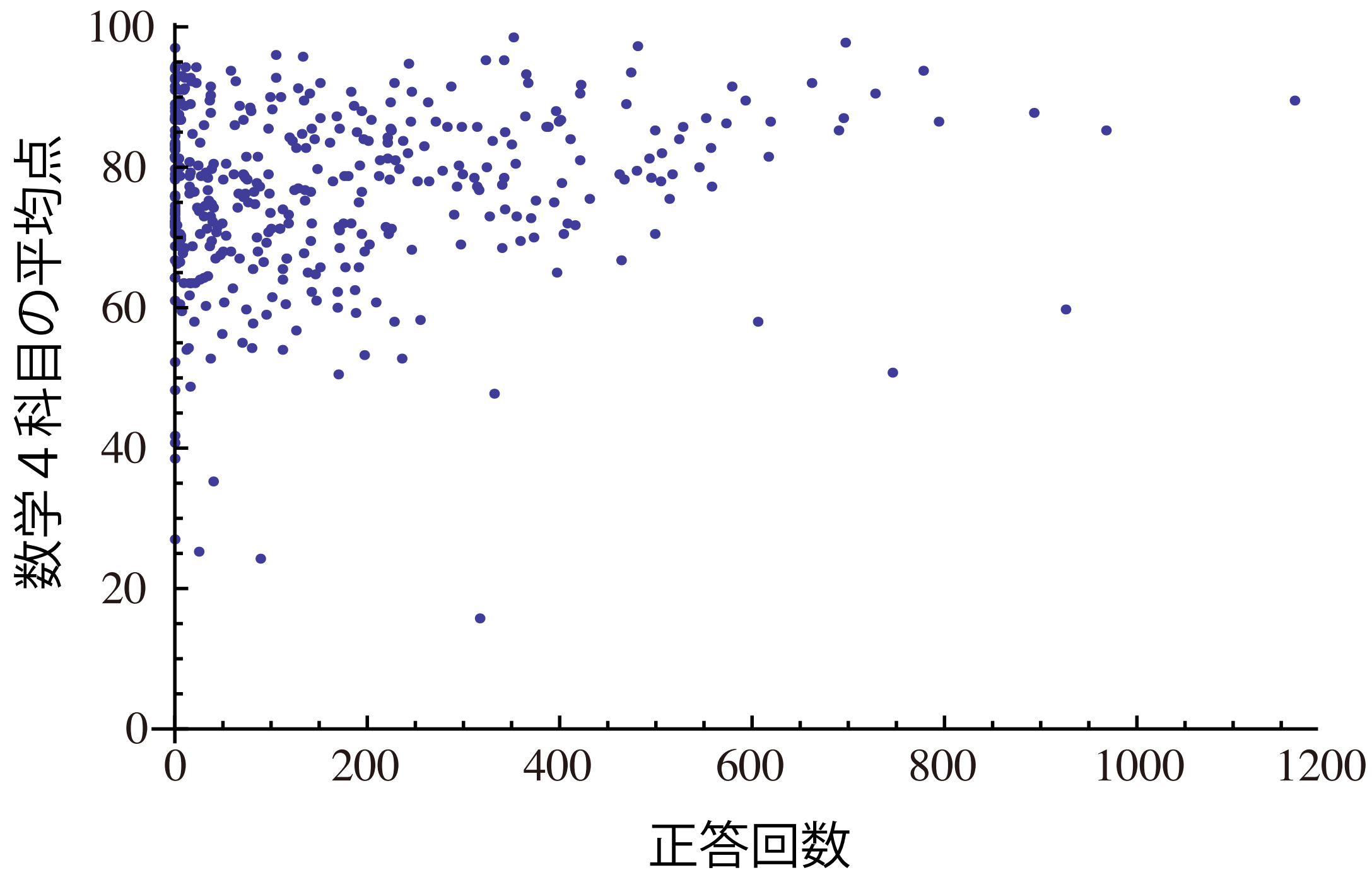


# 時間帯ごとの利用頻度



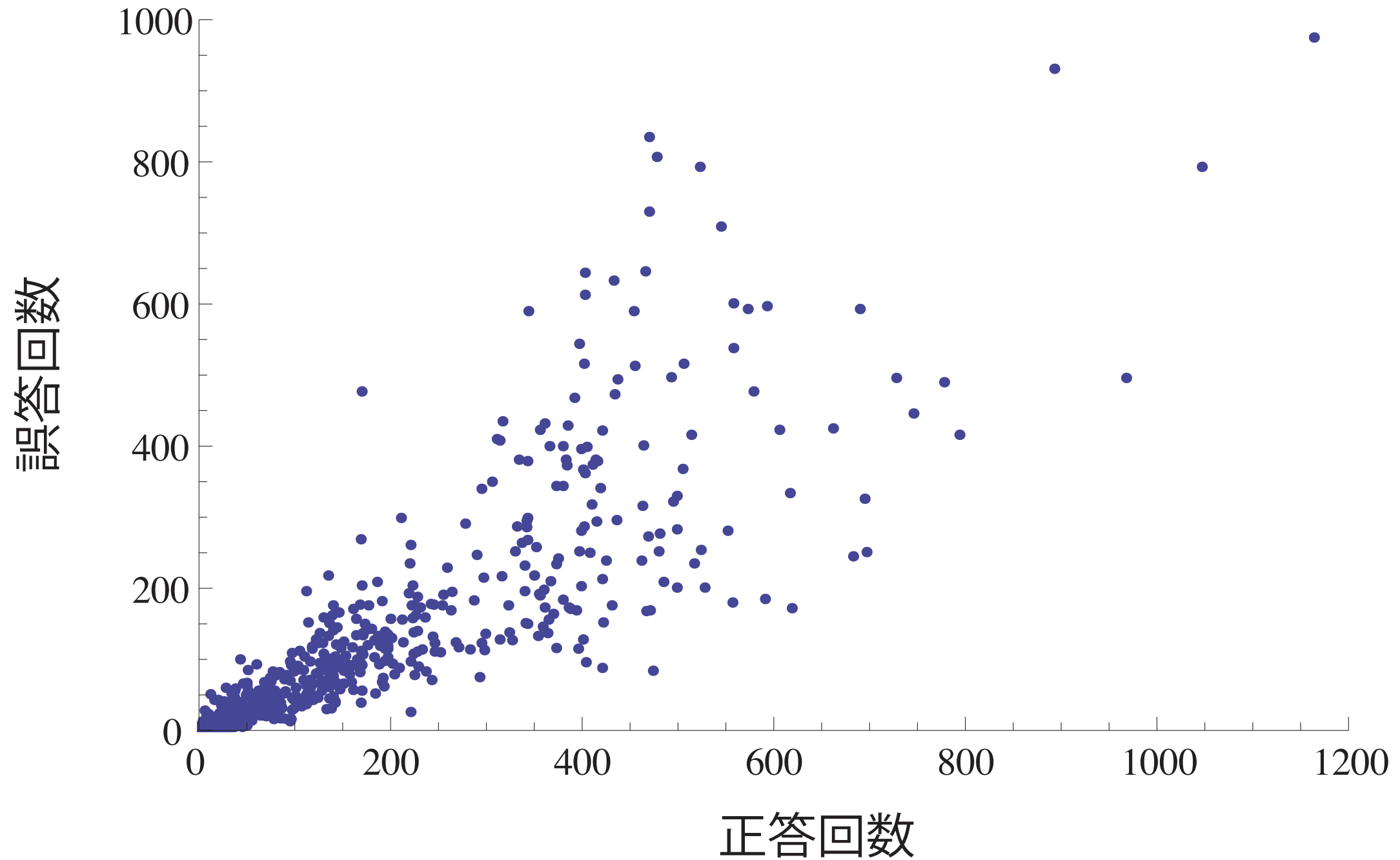
# システムの利用と成績との関係

(2011年度, 工学部)



# 正答回数に対する誤答回数の分布

---



# 誤答分析

(Web数学学習システム、2009～2010年度のデータ)

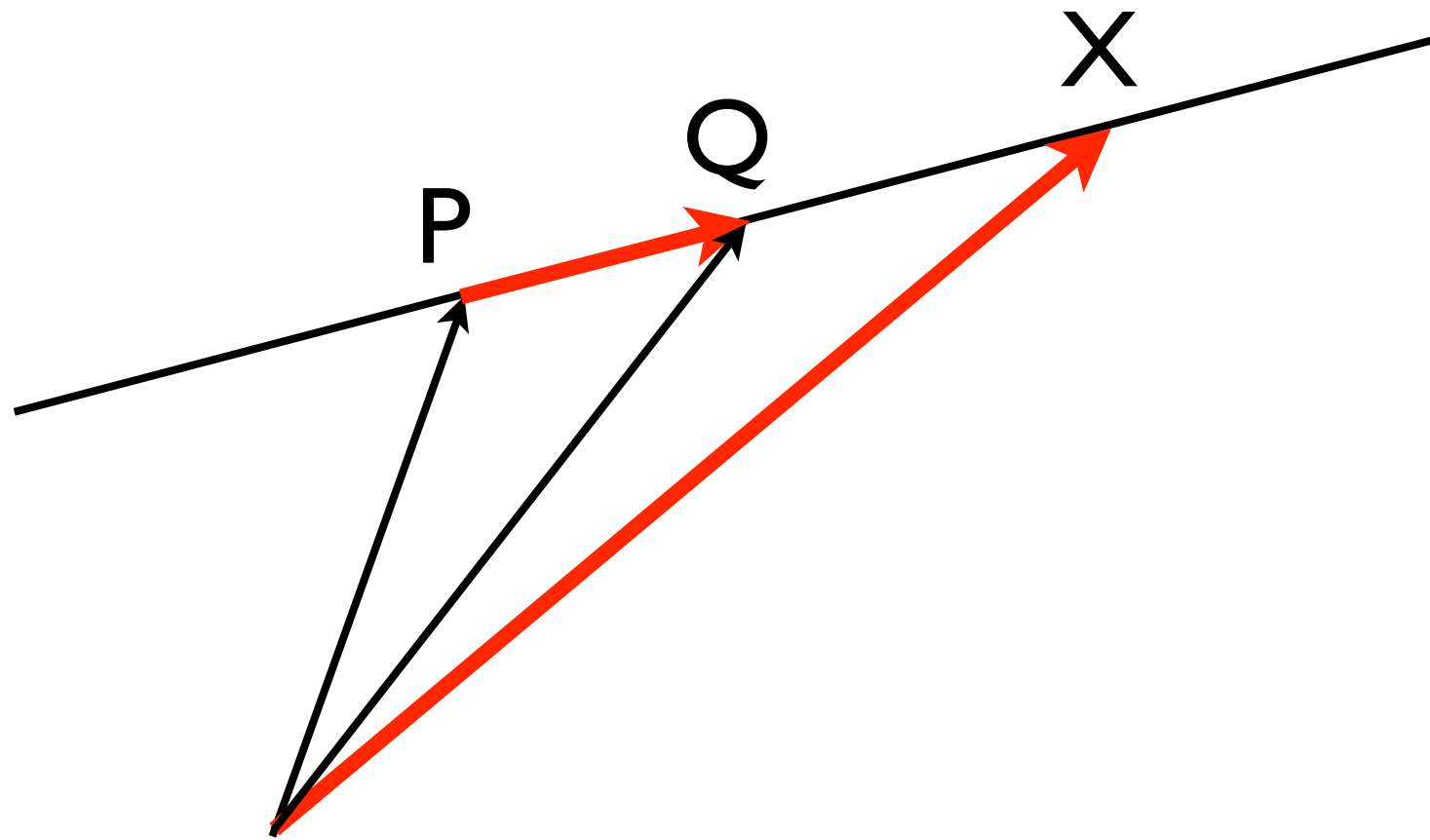
# 分析対象データ

---

- Web数学学習システムの2009年度～2010年度の2年間分のログデータ
  - 大学の線形代数の教材(1年次の内容)
  - 利用者数：879人、データ数：127,792
- 分析したこと
  - 有効解答に対して、解答パターンを分析するプログラムを作成して、解答内容を分類し、誤りタイプ毎の頻度を調べた。
  - 問題間の誤答の関連性は調べていない。
- データに関する注意
  - 正答率に関する注意（正解するまでやり直せる。）
  - 正解しないと次の小問に進めない。
  - 誤答パターンの分析はFirst match
  - 誤答の表の数値=誤答中の割合
  - 学習システムの利用は任意（推奨はしているが強制はしていない）

2点P (0, 1, 0), Q (-1, 0, 0) を通る直線のベクトル方程式 (パラメータ表示) を求めよ.

解答欄：
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}$$





ゲストユーザーさん、ただいま学習中...

問題一覧に戻る

教材の使い方

入力方法(ヘルプ)

小問題一覧

例題と解説

ログアウト

## 解空間の次元と基底(1)

### 3元斉次連立1次方程式の解空間

問1.

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$  に対し、 $V$  を連立一次方程式  $Ax=0$  の解全体のなす  $R^3$  の部分ベクトル空間とする。このとき、 $V$  の次元と基底を求めよ。

解答欄：次元は  , 基底は  $\left\{ \begin{pmatrix} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{pmatrix} \right\}$

基底を構成するベクトルが3個より少ないときは、余ったベクトルの欄は空欄にすること。  
次元が0のときは、基底の欄は空欄にすること。

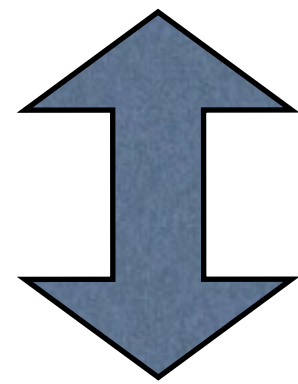
チェック

| 誤答内容                  | 頻度(%) |
|-----------------------|-------|
| 基底に0ベクトルが含まれている       | 4.2   |
| 次元と基底を構成するベクトルの個数の不一致 | 11    |
| 次元の誤り                 | 53.7  |
| 基底が1次従属               | 1.9   |
| 基底の誤り(その他)            | 29.2  |

有効解答数11,655, 正答率66.8%, 誤答数3,864

$V$ を次の3つのベクトル  $a, b, c$  によって生成される  $\mathbb{R}^3$ の部分ベクトル空間とするととき、 $V$ の次元と基底を求めよ。

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

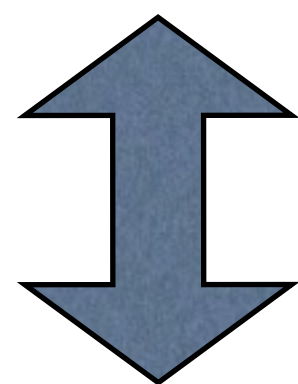


**混同**

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$  に対し、 $V$ を連立一次方程式  $Ax=0$  の解全体のなす  $\mathbb{R}^3$ の部分ベクトル空間とする。このとき、 $V$ の次元と基底を求めよ。

次の行列  $A$  に対して,  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  を  $f(x) = Ax$  で定義される 1 次写像とする.  
このとき, 1 次写像  $f$  の像  $\text{Im } f$  の基底と次元を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



**混同**

次の行列  $A$  に対して,  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  を  $f(x) = Ax$  で定義される 1 次写像とする.  
このとき, 1 次写像  $f$  の核  $\text{Ker } f$  の基底と次元を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

# 行ベクトルが生成する空間 と混同

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \longrightarrow \dots \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

よって、基底は、 ~~$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$~~   ~~$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$~~

生成される空間

有効解答数6,079,  
正答率75.5%, 誤答数1,489

1次写像の像

3.2%

行ベクトル  
が生成する  
空間

2.7%

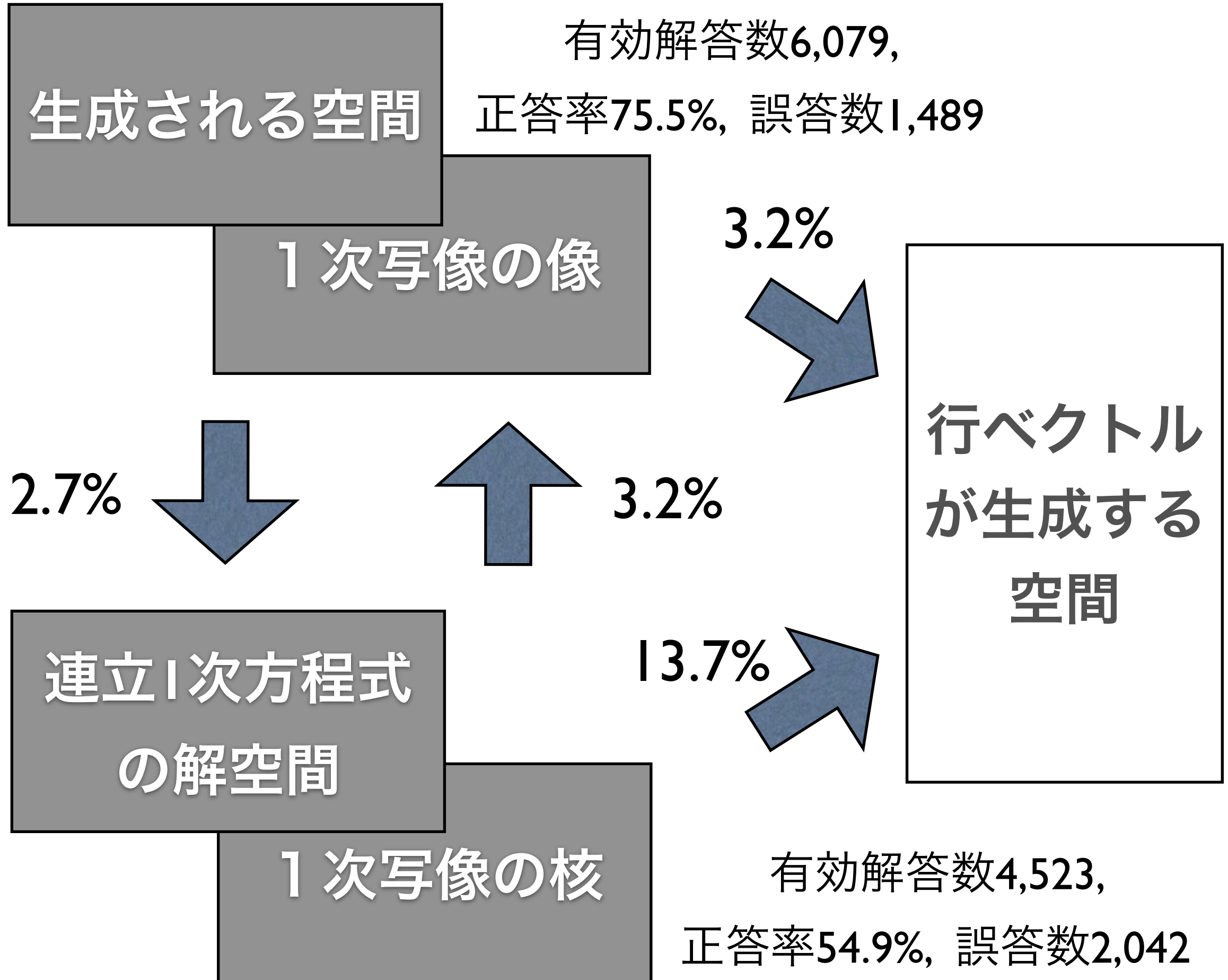
3.2%

連立1次方程式  
の解空間

13.7%

1次写像の核

有効解答数4,523,  
正答率54.9%, 誤答数2,042





ゲストユーザーさん、ただいま学習中...

[問題一覧に戻る](#)[教材の使い方](#)[入力方法\(ヘルプ\)](#)[小問題一覧](#)[例題と解説](#)[ログアウト](#)

## 行列の対角化(1)

2次正方行列(基本レベル)

問1.

行列  $A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$  が対角化できるかどうか調べ、対角化できる場合は対角化せよ。

解答欄:  対角化不可能

対角化可能  $P = \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix}$  とおくと,  $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix}$

[チェック](#)

行列  $A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$  が対角化できるかどうか調べ、対角化できる場合は対角化せよ。

| 誤答内容                            | 頻度(%) |
|---------------------------------|-------|
| 対角化可能なのに対角化不可能と答えている            | 29.8  |
| 対角化不可能なのに可能と答えている               | 1.5   |
| P が零行列                          | 0.3   |
| P が自明に正則でない(0ベクトルが含まれる, 2列が同じ等) | 4.6   |
| 上記以外の P が正則でない場合                | 0.2   |
| P に D を記入                       | 0.5   |
| D が対角行列でない                      | 10.4  |
| P の列ベクトルと固有値の対応が違う              | 3.6   |
| D はあっているが P が間違っている             | 29    |
| その他の間違い                         | 20.1  |

有効解答数

1,195,

正答率

50.9%,

誤答数

587

$$D = P^{-1}AP$$



# データ分析の課題

---

- 解答内容に概念誤りの痕跡が出にくい問題をどうするか？
  - 連立1次方程式、行列式、グラム・シュミットの直交化法
- 今後、分析すべきこと
  - 問題間の誤答の関連性
  - フィードバック機能がつまづきの解消に役立っているのかの検証

# 今後の課題

---

- 2年次の科目の教材の公開（教材は開発済み）
- 利用が低下する後期の利用促進策の検討。
- 演習書(線形代数演習書を2012年度に出版)とシステムの使い分けの検討。
- Moodle+STACKとの使い分けの検討。(※ 2014秋からSTACKが使用可能に。)
- 組織再編で新たに加わった教員をどう巻き込んでいくか。
- システムの維持管理費の確保。
- 他大学へのシステムの提供。
- 他システム(STACK)との素材の共有化に向けた取り組み。
- モバイル端末から利用しやすくするためのアプリ開発？
- Moodleプラグイン化をめざす??